

Matematica Discreta- Informatica-corso B- 7-4-09

1. Provare che $\forall n \geq 0, \sum_{i=0}^{2n+1} (-2)^i = \frac{1-4^{n+1}}{3}$

2. Nell'insieme Z degli interi si consideri la seguente relazione R :

$$aRb \quad \text{se e solo se} \quad 4 \mid 3a + 5b$$

- a) verificare che R e' una relazione di equivalenza compatibile con l'operazione di addizione di Z
- b) scrivere esplicitamente gli elementi della classe $[3]_R$
- c) verificare che R e' la congruenza modulo 4.

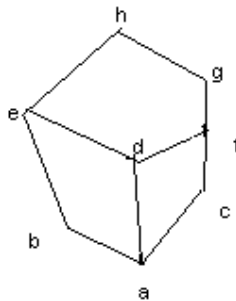
3. Determinare tutte le soluzioni (x_0, y_0) dell'equazione diofantea

$$75x + 100y = 50 \quad \text{tale che} \quad 1 \leq x_0 + y_0 \leq 10.$$

4. Si considerino i gruppi $(Z_{13}^*, \cdot)$ ed $(S_4, \circ)$.

- a) determinare i seguenti sottogruppi di $(Z_{13}^*, \cdot)$: $H = \langle 5 \rangle, K = \langle 4 \rangle, H \cap K, \langle H \cup K \rangle$
- b) considerato il sottogruppo $\overline{H} = \langle (1342) \rangle$ di $(S_4, \circ)$ determinare, se esiste, un isomorfismo tra $\overline{H}$ e H .

5. Nell'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ si consideri la relazione d'ordine $\leq$ determinata dal seguente diagramma di Hasse



- a) calcolare, se esistono, il $\sup\{b, c, d, e\}$ e l' $\inf\{e, h, g\}$.
- b) Verificare che $(A, \leq)$ e' un reticolo non distributivo, non complementato, e di ogni elemento individuare tutti gli eventuali complementi.